

I. kolo kategorie Z9

Z9-I-1

Najděte všechny dvojice celých čísel x a y takových, že $x + y$ je prvočíslo a $3x + 5y$ je 16. (P. Bak)

Z9-I-2

Pravidelný čtyřboký hranol má objem 864 cm^3 a obsah jeho pláště je dvojnásobkem obsahu podstavy.

Určete velikost tělesové úhlopříčky hranolu. (V. Dedek)

Z9-I-3

Množinu $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ sestávající z prvních n přirozených čísel máme za úkol rozdělit do pěti neprázdných podmnožin tak, aby čísla v každé podmnožině byla po dvou nesoudělná.

Najděte největší možné n , pro které to je možné. (T. Bárta)

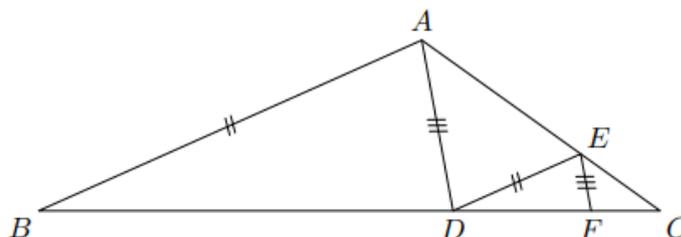
Z9-I-4

Rozhodněte, zda je možné k číslu s ciferným součtem 2024 přičíst jednomístné číslo tak, aby výsledné číslo mělo ciferný součet 74. (T. Bárta)

Z9-I-5

V trojúhelníku ABC je strana AB dvakrát delší než strana AC . Osa úhlu BAC protíná stranu BC v bodě D . Rovnoběžka se stranou AB procházející bodem D protíná stranu AC v bodě E . Rovnoběžka s úsečkou AD procházející bodem E protíná stranu BC v bodě F .

Určete poměr úseček AD a EF . (M. Dománková)



Poznámka: obrázek je pouze ilustrační.

Z9-I-6

Plavci Pstruh a Pulec chtěli změřit své síly. Z protilehlých stran bazénu skočili současně do sousedních drah a plavali proti sobě, každý svojí konstantní rychlostí. Poprvé se plavci minuli ve vzdálenosti osm metrů od Pstruhovy startovní strany, na konci dráhy se hbitě otočili a plavali nazpět. Podruhé se plavci minuli ve vzdálenosti pět metrů od Pulcovy startovní strany, doplávali na konec dráhy, a tím závod skončil.

Určete, kdo vyhrál a jaká byla délka bazénu. (L. Hozová)

